Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in Kaiserslautern

Semester: Sommersemester 2014

Abschlussprüfung: Mathe für W2

Datum: 20.06.2014

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

Wir haben die Funktion $f(x,y)=x^2-4\cdot x+4+y^2+8\cdot y+16 \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}^2$.

a) Bestimmen Sie sämtliche Hoch- und Tiefpunkte *(8 Punkte)*.

b) Zeichnen Sie für die Funktion $f(x,y)=x+\ln(y) \quad \mathbb{D}_{f_x}=\mathbb{R}, \mathbb{D}_{f_y}=]0,\infty[$ die Niveaulinien zu den Niveaus $\bar{z}=0$ und $\bar{z}=1$ im Bereich $x\in[-1;3]$ *(4 Punkte)*.

Wie nennt man die Niveaulinien einer Nutzenfunktion? *(1 Extrapunkt)*

Aufgabe 2

Kreuzen Sie jeweils mit „Ja" oder „Nein" an, ob die Aussagen stimmen oder nicht stimmen.

- +1 Punkt für jede richtige Antwort,
- -1 Punkt für jede falsche Antwort,
- 0 Punkte für jede fehlende Antwort,
- Minimum für die Gesamtaufgabe: 0 Punkte

Aussage	Ja	Nein
$f(x)=\begin{cases} x+2 \text{ für } x>1 \\ x^2+1 \text{ für } x\le 1\end{cases} \quad \mathbb{D}_f=\mathbb{R}$ ist an der Stelle $x=1$ differenzierbar.		
$f'(x_0)<0 \Rightarrow f(x)$ ist an der Stelle x_0 streng monoton fallend.		
Die erste Ableitung von $f(x)=2^{x^2+3\cdot x}$ ist $f'(x)=2^{x^2+3\cdot x}\cdot(2\cdot x+3)$.		
$f''(x_0)=0\wedge f'''(x_0)<0 \Rightarrow f(x)$ hat an x_0 eine Wendestelle.		
Für den Wert x_1 beim Newton-Verfahren gilt: $x_1=x_0-\frac{f'(x_0)}{f(x_0)}$.		
Die erste Ableitung von $f(x)=5\cdot x^4-2\cdot x^2+2$ ist $f'(x)=20\cdot x^4-4\cdot x$.		

Aussage	Ja	Nein
$f'(x_0)=0\wedge f''(x_0)<0 \Rightarrow f(x)$ hat an x_0 ein inneres Maximum.		
Die erste Ableitung von $f(x)=\ln(3\cdot x^2)$ ist $f'(x)=\frac{2}{x}$.		
$f''(x_0)<0 \Rightarrow f(x)$ ist an der Stelle x_0 streng konvex.		
$f(x)=x^2$ hat an $x_0=1$ die Tangentengleichung $y=-2\cdot x+1$.		
Die erste Ableitung von $f(x)=\frac{x^2-1}{2\cdot x+3}$ ist $f'(x)=\frac{2\cdot x^2+6\cdot x+2}{(2\cdot x+3)^2}$.		
$\varepsilon(x_0)=f'(x_0)\cdot\frac{x_0}{f(x_0)}$ ist die Elastizität von $f(x)$ an der Stelle x_0.		

(12 Punkte)

Aufgabe 3

a) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & -18 \\ 6 & 1 & 3 & -6 \end{array}\right)$ *(8 Punkte)*.

b) Wir haben die Matrix $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \\ 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie $A\cdot A$ *(4 Punkte)*.

Aufgabe 4

Eine Firma produziert ein Gut unter vollständiger Konkurrenz. Die Kostenfunktion lautet $K(x)=500+\frac{1}{10}\cdot x^2 \quad \mathbb{D}_K=\{x\in\mathbb{R}\,|\,x\ge 0\}$, wobei x die Produktions- und Angebotsmenge ist. Der Absatzpreis sei durch p_x gegeben.

a) Stellen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$ auf *(2 Punkte)*.

b) Ermitteln Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge (in Abhängigkeit von p_x) *(7 Punkte)*.

c) Zeichnen Sie die Angebotsfunktion, wenn p_x zwischen 15€ und 25€ liegt. Dort gilt $G(x)>0$ *(3 Punkte)*.

Aufgabe 5

a) Eine statistische Untersuchung hat folgende Beobachtungswerte geliefert:

1; 2; 3; 2; 1; 1; 2; 3; 1

a1) Bestimmen Sie den Modus *(1 Punkt)*.

a2) Zeichnen Sie die absolute Häufigkeitsfunktion *(2 Punkte)*.

b) Die folgende Tabelle zeigt für die Jahre 2008 bis 2013 die gerundeten Jahresendstände der Aktienindices DAX und Dow Jones[1]:

Jahr	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**
DAX	4.810	5.957	6.914	5.898	7.612	9.552
Dow Jones	8.776	10.428	11.578	12.218	13.104	16.577

Zeigen Sie, welche Art von Korrelation zwischen den Jahresendständen von DAX und Dow Jones für diese Jahre besteht.

Hinweise:

- durchschnittlicher Endstand des Dow Jones: 12.113,5 Punkte
- Standardabweichung des Dow Jones: 2.421,4809

Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau. Interpretieren Sie Ihr Ergebnis. *(9 Punkte)*.

[1] Quelle: www.boerse.de (27.05.2014)